

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Mulțimea tuturor valorilor $m \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = m\vec{i} + 19\vec{j}$ și $\vec{v} = (m - 20)\vec{i} + \vec{j}$ sunt perpendiculari este:

- (a) $\{20\}$; (b) $\{1, 19\}$; (c) $\left\{\frac{19 \cdot 20}{18}\right\}$; (d) $\{21\}$.

2. Mulțimea tuturor soluțiilor ecuației $\sqrt{1 - x^2} + x = 1$ este:

- (a) $\{-1, 0\}$; (b) $\{-1, 1\}$; (c) $\{-1, 2\}$; (d) $\{0, 1\}$.

3. În plan se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(4, 1)$, $C(5, 5)$. Ecuația perpendicularei duse din B pe AC este:

- (a) $x + 2y = 6$; (b) $2x - y = 7$; (c) $2x + y = 9$; (d) $x - 2y = 2$.

4. Asimptota oblică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1}$ are ecuația:

- (a) $x - y = 0$; (b) $x - y + 1 = 0$; (c) $x - y - 1 = 0$; (d) $x + y = 0$.

5. Dacă

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2019}} & -\frac{1}{\sqrt{2019}} & -\frac{1}{\sqrt{2019}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2019}} & \frac{1}{\sqrt{2019}} \\ 0 & 0 & 2019 \end{pmatrix},$$

atunci determinantul matricei A^{2019} are valoarea:

- (a) -2019 ; (b) 1 ; (c) 2019 ; (d) -1 .

6. Suma soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x - \sin 2x = 0$ este egală cu:

- (a) 3π ; (b) π ; (c) 0 ; (d) 5π .

7. Dacă primii trei termeni ai unei progresii aritmetice sunt $1000, x, 998$ (în această ordine), atunci produsul primilor 2019 termeni ai progresiei este:

- (a) -1 ; (b) 1 ; (c) 0 ; (d) 2019 .

8. Într-un triunghi cu lungimile laturilor de 2 cm, 3 cm și 4 cm, cosinusul celui mai mare unghi este egal cu:

- (a) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$; (b) $\frac{1}{4}$; (c) $-\frac{1}{4}$; (d) $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

9. Mulțimea tuturor valorilor parametrului real $a \in (0, \infty)$ pentru care

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n + a^n}{3^n + 5^n} = 0$$

este:

- (a) $(0, \infty)$; (b) $(0, 5)$; (c) $(0, 4)$; (d) $(0, 1)$.

10. Valoarea integralei

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x + x^3 + \dots + x^{2019}}{1 - x^2 + x^4 - \dots - x^{2018}} dx$$

este:

- (a) 0; (b) $\ln \frac{4}{3} - \frac{1}{8}$; (c) $\ln \frac{2}{3} - \frac{1}{8}$; (d) $\ln \frac{4}{3} - \frac{1}{2}$.

11. Termenul care nu-l conține pe x din dezvoltarea

$$\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{10}$$

are valoarea:

- (a) 90; (b) 45; (c) 105; (d) 210.

12. Derivata funcției

$$f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

are expresia:

- (a) 1; (b) $2 \operatorname{ctg} x$; (c) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$; (d) $\frac{2}{\sin x}$.

13. Pe $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție

$$x * y = xy + 3x + 3y + 6, \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}.$$

Soluția ecuației $\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de } 2019 \text{ ori}} = -2$ este:

- (a) 0; (b) -2; (c) 1; (d) -1.

14. În plan se consideră punctele $A(4, 0)$, $B(0, 2\sqrt{5})$, $M(x, y)$. Cea mai mică valoare a sumei $|AM| + |MB|$ este:

- (a) 3; (b) 4; (c) 0; (d) 6.

15. Valoarea modulului numărului complex

$$z = \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}} \right)^4$$

este:

- (a) 4; (b) 5; (c) 8; (d) 16.

16. Se consideră funcția $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg \frac{1}{x^2 - 1}$. Atunci valoarea maximă a funcției este:

- (a) $-\frac{\pi}{2}$; (b) 0; (c) $\frac{\pi}{4}$; (d) $-\frac{\pi}{4}$.

17. Numărul 1 este pentru polinomul $P(X) = X^8 - 2X^7 + X^6 - X^2 + 2X - 1$ rădăcină având ordinul de multiplicitate egal cu:

- (a) 4; (b) 2; (c) 3; (d) 1.

18. În plan se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(3, \sqrt{3})$ și $B(4, 0)$. Atunci unghiul dintre înălțimea și mediana $\triangle AOB$ care pleacă din vârful A are măsura egală cu:

- (a) $\frac{\pi}{3}$; (b) $\frac{\pi}{12}$; (c) $\frac{\pi}{6}$; (d) $\frac{\pi}{4}$.

19. Mulțimea tuturor soluțiilor inecuației

$$\ln \frac{x - 21}{x - 20} \geq 0$$

este:

- (a) $\emptyset$; (b) $(-\infty, 20) \cup (21, +\infty)$; (c) $(21, +\infty)$; (d) $(-\infty, 20)$.

20. Se consideră funcția $f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ dată prin

$$f(x) = x \cdot x + \widehat{3}x + \widehat{1}.$$

Atunci:

- (a) f nu este nici injectivă, nici surjectivă; (b) f este injectivă, dar nu este surjectivă;
(c) f este surjectivă, dar nu este injectivă; (d) f este bijectivă.

21. Numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 6^{x-1} + 6^x$$

este:

- (a) 3; (b) 0; (c) 1; (d) 2.

22. Suma pătratelor rădăcinilor ecuației $x^2 - 6x + 10 = 0$ este:

- (a) -16; (b) 14; (c) 16; (d) 26.

23. Se consideră funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$$

și F primitiva lui f care satisface $F(0) = 0$. Atunci $F(1)$ are valoarea:

- (a) $\frac{3}{2} - \frac{\pi}{2}$; (b) $\frac{3}{2} - \ln 2 - \frac{\pi}{4}$; (c) $\frac{5}{2} - \ln 2 + \frac{\pi}{4}$; (d) $\frac{5}{2} - \ln 2 - \frac{\pi}{2}$.

24. Se consideră matricea

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Atunci cel mai mare element al matricei

$$B = (I_3 + A)^{2019}$$

este:

- (a) $2018 \cdot 2019$; (b) 2019 ; (c) 1 ; (d) 2019^2 .

25. Matricea X care satisface ecuația

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

este:

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; (d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

26. Se consideră funcția $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin

$$f(x) = \begin{cases} mx^3 + 4x + n, & \text{dacă } x \in [-1, 0] \\ mx^2 + px + 3, & \text{dacă } x \in (0, 1]. \end{cases}$$

Suma valorilor lui m, n și p pentru care funcția f satisface condițiile teoremei lui Rolle este:

- (a) 3 ; (b) -7 ; (c) 7 ; (d) -3 .

27. Volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ în jurul axei Ox este:

- (a) $\frac{\pi}{3}$; (b) $\frac{4\pi}{3}$; (c) $\frac{2\pi}{3}$; (d) $\frac{\pi}{2}$.

28. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$, notăm $z_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$ și $d_k = |z_k - z_0|$, $k = \overline{0, n-1}$. Atunci limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_0 + \dots + d_{n-1}}{n}$$

are valoarea:

- (a) -1 ; (b) $\frac{2}{\pi}$; (c) 1 ; (d) $\frac{4}{\pi}$.

29. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1^x + 2^x + \dots + 2019^x}{2019} \right)^{\frac{1}{x}}$$

este:

- (a) $\sqrt[2019]{2019!}$; (b) $\sqrt{2019}$; (c) $+\infty$; (d) 0 .

30. Sistemul de ecuații liniare

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - 2y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + 9z = 0 \end{cases}$$

este:

- (a) compatibil determinat; (b) incompatibil;
(c) compatibil, 2-nedeterminat; (d) compatibil, 1-nedeterminat.