Model 3 test admitere Automatică şi Calculatoare

1.Valorile parametrului real a pentru care rădăcinile ecuaţiei $x^2+2ax+1=0$ verifică egalitatea $x_1^2+x_2^2=1$ sunt:

$a)\ \frac{\sqrt{3}}{2}$ şi $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad b)\ \frac{3}{2}$ şi $-\frac{3}{2}$ $\quad c)\ \frac{3}{4}$ şi $-\frac{3}{4}$ $\quad d)\ \frac{\sqrt{3}}{4}$ şi $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

2. Considerăm familia de funcţii de gradul al doilea $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=(m^2+1)x^2+2mx+1$. Notăm cu $V_m(x_m,y_m)$ vârfurile parabolelor asociate. Atunci:

a) Valoarea minimă a lui x_m este $-\frac{1}{2}$ şi se obţine pentru $m=1$.
b) Valoarea minimă a lui y_m este 0 şi se obţine pentru $m=1$.
c) Valoarea maximă a lui x_m este $-\frac{1}{2}$ şi se obţine pentru $m=0$.
d) Valoarea maximă a lui y_m este 0 şi se obţine pentru $m=1$.

3. Mulţimea de definiţie a funcţiei $f(x)=\arcsin\sqrt{1+x}+\ln(1+2x)$ este:

$a)\ (-1,0]\quad b)\ [0,1]\quad c)\ (-\frac{1}{2},0]\quad d)\ [-1,\frac{1}{2}]$.

4. Numerele strict pozitive $x<y<z$ sunt astfel încât e^x, e^y şi e^z sunt în progresie geometrică. Atunci, valoarea raportului $\frac{y-x}{z-x}$ este:

$a)\ 2\quad b)\ -2\quad c)\ \frac{1}{2}\quad d)\ -\frac{1}{2}$.

5. Fie funcţia $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$, $f(n)=kn+(-1)^n$, unde $k\geq 3$ este un număr natural. Atunci:

a) f este bijectivă
b) f este injectivă dar nu este surjectivă
c) f este surjectivă dar nu este injectivă
d) f nu este nici injectivă nici surjectivă

6. Fie ecuaţia $(e^{2x}-2e^x)^2-2e^{2x}+4e^x-3=0$. Atunci:

a) Ecuaţia are 4 soluţii reale, distincte.
b) Ecuaţia are exact o soluţie raţională.
c) Ecuaţia are exact două rădăcini raţionale.
d) Toate rădăcinile ecuaţiei sunt numere iraţionale.

7. Sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} 2^{x^2}\cdot 3^{y^2+1}=24 \\ 2^{y^2+2}\cdot 3^{x^2}=108 \end{cases}$$

are:

$a)$ o soluţie $\quad b)$ 2 soluţii $\quad c)$ 3 soluţii $\quad d)$ nici o soluţie .

8. Se consideră polinomul $f=X^3+pX^2+2p^2X+3p^3$, $p\neq 0$. Atunci, raportul dintre pătratul sumei cuburilor rădăcinilor lui f şi cubul sumei pătratelor rădăcinilor lui f este egal cu:

$a)\ -\frac{16}{27}\quad b)$ -16 $\quad c)\ -27\quad d)\ -\frac{27}{16}$.

9. Suma rădăcinilor polinomului

$$f=\frac{X(X+1)...(X+n-1)}{n!}+\frac{X(X+1)...(X+n-2)}{(n-1)!}+...+\frac{X(X+1)}{2!}+\frac{X}{1!}+1,\quad n\in\mathbb{N}$$

este:

$a)\ 0\quad b)\ -n^2\quad c)\ -(n+1)^2\quad d)\ -\frac{n(n+1)}{2}$.

10. Numărul termenilor raţionali din dezvoltarea $\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{3}\right)^{2016}$ este egal cu:

$a)\ 1008\quad b)\ 672\quad c)\ 336\quad d)\ 337$.

11. Cel mai mare termen din dezvoltarea $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^{100}$ este:

$a)\ 1\quad b)\ T_{67}\quad c)\ \left(\frac{2}{3}\right)^{100}\quad d)\ T_{34}$.

12. Fie ω o rădăcină a ecuaţiei $x^2+x+1=0$ şi $n\in\mathbb{N}$. Atunci, valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} \omega^n & 1 & 1 \\ 1 & \omega^n & 1 \\ 1 & 1 & \omega^n \end{vmatrix}$$

a) nu depinde de n.
b) este constantă pentru n multiplu de 3.
c) este constantă pentru orice n multiplu al lui 4.
d) este constantă pentru orice n par.

13. Fie matricea

$$A=\begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & m \\ 0 & m & m \end{pmatrix}.$$

Atunci,
a) Există $m\in\mathbb{R}$ astfel încât A este inversabilă, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b) Pentru orice $m\in\mathbb{R}$ există $x\in\mathbb{R}$ astfel încât A este inversabilă.
c) Există $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $\operatorname{rang} A=2$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
d) Pentru orice $m\in\mathbb{R}$ şi pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $\operatorname{rang} A=2$.

14. Fie x_1,x_2,x_3 soluţiile ecuaţiei $x^3+px+q=0$, unde $p,q\in\mathbb{N}^*$ şi sistemul de ecuaţii liniare

$$\begin{cases} x_1x+x_2y+x_3z=1 \\ x_2x+x_3y+x_1z=p \\ x_3x+x_1y+x_2z=q \end{cases}.$$

Atunci:
a) Sistemul este incompatibil.
b) Sistemul este compatibil unic determinat.
c) Sistemul este compatibil 1-nedeterminat.
d) Sistemul este compatibil 2-nedeterminat.

15. Fie $p\in\mathbb{N}$ un număr natural $p\geq 2$. În $(\mathbb{Z}_{p^2},\cdot,+)$, considerăm ecuaţia $x^2+x=\hat{0}$. Atunci,
a) Pentru orice număr natural p ecuaţia are 2 soluţii distincte.
b) Pentru orice număr p prim ecuaţia are două soluţii distincte.
c) Există numere prime p pentru care ecuaţia are mai mult de două soluţii (diferite două câte două).
d) Pentru orice număr natural p ecuaţia are mai mult de două soluţii (diferite două câte două)..

16. Fie limita

$$L=\lim_{x\to 0_+} x\left(\left[\frac{1}{x}\right]+\left[\frac{2}{x}\right]+...+\left[\frac{n}{x}\right]\right),\quad n\in\mathbb{N}^*.$$

Atunci,
(a) $L=0$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$;
(b) $L=n^2$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$;
(c) $L=2016$ pentru $n=1008$;
(d) $L=2016$ pentru $n=63$.

17. Fie $a,b,c\in\mathbb{R}$ şi funcţia

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=\begin{cases} x^2+ax & ,x\in\mathbb{Q} \\ -bx^2+cx & ,x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}.$$

Atunci,
(a) Funcţia f este discontinuă pe $\mathbb{R}$ pentru orice $a,b,c\in\mathbb{R}$;
(b) Pentru $b=-1$ există $a,c\in\mathbb{R}$ astfel încât f să aibă un punct de continuitate diferit de $x=0$;
(c) Există valori pentru $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq c$ astfel încât f este continuă pe $\mathbb{R}$;
(d) Există valori pentru $a,b,c\in\mathbb{R}$, $b\neq -1$ astfel încât f să aibă un punct de continuitate diferit de $x=0$.

18. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\cdot\{x\}$, unde prin $\{x\}$ se înţelege partea fracţionară a lui x. Atunci,
(a) Funcţia f este derivabilă pe $\mathbb{R}$, $f'(x)=x+\{x\}$;
(b) Funcţia f este derivabilă pe $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$, $f'(x)=2x-[x]$;
(c) Funcţia f nu este derivabilă în nici un punct;
(d) Funcţia f nu este continuă în nici un punct;

19. Considerăm funcţia $f:[0,\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin(a\sin x)$, unde $a\in(0,\pi)$. Valoarea lui a pentru care punctul dat de teorema lui Rolle este $c=\dfrac{\pi}{4}$ este:

(a) $\dfrac{\pi}{2}$ (b) $\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (c)$\dfrac{\pi}{\sqrt{2}}$ (d) Acestei funcţii nu i se poate aplica teorema lui Rolle.

20. Fie $f : (0, 2) \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + \ln x$, unde $a \in \mathbb{R}$. Atunci,
(a) Pentru orice $a \in \mathbb{R}$, orice primitivă a lui f este crescătoare pe $(0, 2)$;
(b) Există $a \in \mathbb{R}$ pentru care orice primitivă a lui f este descrescătoare;
(c) Pentru orice $a \in \mathbb{R}$, nici o primitivă a lui f nu este monotonă;
(d) Pentru orice $a \in \mathbb{R}$, orice primitivă a lui f este descrescătoare pe $(0, 2)$

21. Considerămn şirul (I_n) definit de integrala

$$I_n = \int_a^b \frac{\sin nx}{x} dx, \quad n \geq 1, \text{ unde } 0 < a < b.$$

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} I_n = 0$;
(b) Şirul I_n nu are limită;
(c) $\lim\limits_{n\to\infty} I_n = b - a$
(d) $\lim\limits_{n\to\infty} I_n = a \cdot b$

22. Fie integrala $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + a \sin x} dx$, $a \in [0, 1]$. Atunci,
(a) Valoarea minimă a integralei se atinge pentru $a = 0$ şi este egală cu $\dfrac{\pi}{2}$;
(b) Valoarea minimă a integralei se atinge pentru $a = 1$ şi este egală cu $\dfrac{1}{2}$;
(c) Valoarea maximă a integralei se atinge pentru $a = 0$ şi este egală cu $\dfrac{\pi}{2}$;
(d) Valoarea maximă a integralei se atinge pentru $a = 1$ şi este egală cu $\dfrac{1}{2}$.

23. Graficul funcţiei $f : [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$ se roteşte în jurul axei Oy. Atunci, volumul corpului de rotaţie obţinut este
(a) $\dfrac{\pi^2}{4}$ (b) $\dfrac{\pi^2}{4} - 2$ (c) $\pi\left(\dfrac{\pi^2}{4} - 2\right)$ (d) $\dfrac{\pi^3}{2}$

24. Fie $f = x^3 + mx^2 + nx + 1$ un polinom de gradul 3 pentru care numărul real a este o rădăcină dublă.
(a) Există o unică primitivă a lui f pentru care a este o rădăcină triplă.
(b) Numărul a este rădăcină pentru orice primitivă a lui f;
(c) Există o primitivă a lui f pentru care a este rădăcină de ordin 4;
(d) Există o infinitate de primitive ale lui f pentru care a este rădăcină triplă.

25. Notăm cu S suma soluţiilor ecuaţiei $\sin 4x + \sin 6x = 0$ din intervalul $[-2\pi, 2\pi]$. Atunci,
(a) $S = 0$; (b) $S = 8\pi$ (c) $S = 10\pi$ (d) $S = -10\pi$

26. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin \pi x + \{x\}$ are proprietatea că:
(a) este neperiodică;
(b) este periodică de perioadă 2π;
(c) este periodică de perioadă 1;
(d) este periodică de perioadă 2.

27. Considerăm în plan punctele $A(2, 4)$, $B(-1, 1)$, $C(0, -2)$ şi vectorul $\overrightarrow{u} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.
(a) $\overrightarrow{u}$ este coliniar cu $\overrightarrow{BC}$ pentru $a = 2$, $b = 2$;
(b) $\overrightarrow{u}$ este coliniar cu $\overrightarrow{BC}$ pentru $a = 1$, $b = 0$;
(c) $\overrightarrow{u}$ este perpendicular pe $\overrightarrow{BC}$ pentru $a = 8$ şi $b = 3$;
(d) $\overrightarrow{u}$ este perpendicular pe $\overrightarrow{BC}$ pentru $a = 16$ şi $b = -6$;

28. Fie (d) o dreaptă de ecuaţie $x + 2y - 3 = 0$ şi punctele $A(1, 1)$ şi $B(4, 0)$. Punctul C pentru care dreapta (d) este mediatoarea dreptei BC este
(a) $C(\frac{1}{5}, -\frac{4}{5})$ (b) $C(\frac{18}{5}, -\frac{4}{5})$ (c) $C(\frac{18}{5}, -\frac{8}{5})$ (d) $C(\frac{1}{5}, -\frac{1}{5})$

29. Un triunghi dreptunghic are lungimile laturilor în progresie aritmetică şi aria egală cu $600cm^2$. Atunci, notând cu r raza cercului înscris şi cu R raza cercului circumscris triunghiului, avem:
(a) $r = 10, R = 25$;
(b) $r = 15, R = 20$;
(c) $r = 10, R = 20$;
(d) $r = 15, R = 25$.

30. Fie $A(-2, 3)$ şi $B(2, -1)$. Dacă centrul cercului înscris în triunghiul ABC are coordonatele $(1, 2)$ atunci punctul C are coordonatele:
(a) $(\frac{11}{3}, \frac{8}{3})$ (b) $(-\frac{8}{3}, \frac{11}{3})$ (c) $(\frac{8}{3}, \frac{11}{3})$ (d) $(\frac{8}{3}, -\frac{11}{3})$